

*Il processo di costruzione e l'analisi
dei risultati delle prove di
Matematica SNV:
un'opportunità per la scuola?*

Aurelia Orlandoni

Consulente INVALSI

FIRENZE 25 gennaio 2012

Le rilevazioni degli apprendimenti

cosa ci dicono

- ▶ Le competenze dei nostri studenti ad es. in lettura, matematica,
- ▶ Le differenze negli apprendimenti su base territoriale (macro-aree)
- ▶ La grande varianza tra scuola e scuola a parità di condizioni

cosa non ci dicono

- ▶ I progressi compiuti dai ragazzi nel corso della loro carriera scolastica all'interno di ogni singola scuola
- ▶ I processi attivati dalle singole scuole per migliorare i livelli di apprendimento degli studenti

- E' preparato da un gruppo di lavoro composto da **insegnanti, dirigenti, ricercatori ed esperti.**
- E' un **documento aperto**, che si evolve sulla base di diversi elementi:
 - **l'esperienza** che via via si sta accumulando con le prove,
 - la **riflessione** e lo **studio** dei loro **risultati**,
 - le **osservazioni** degli **insegnanti.**

L'obiettivo è di fornire strumenti chiari ed efficaci sia per chi prepara le prove, sia per chi legge e utilizza i risultati.

Il Quadro di Riferimento INVALSI definisce

“quale matematica viene
valutata”

e

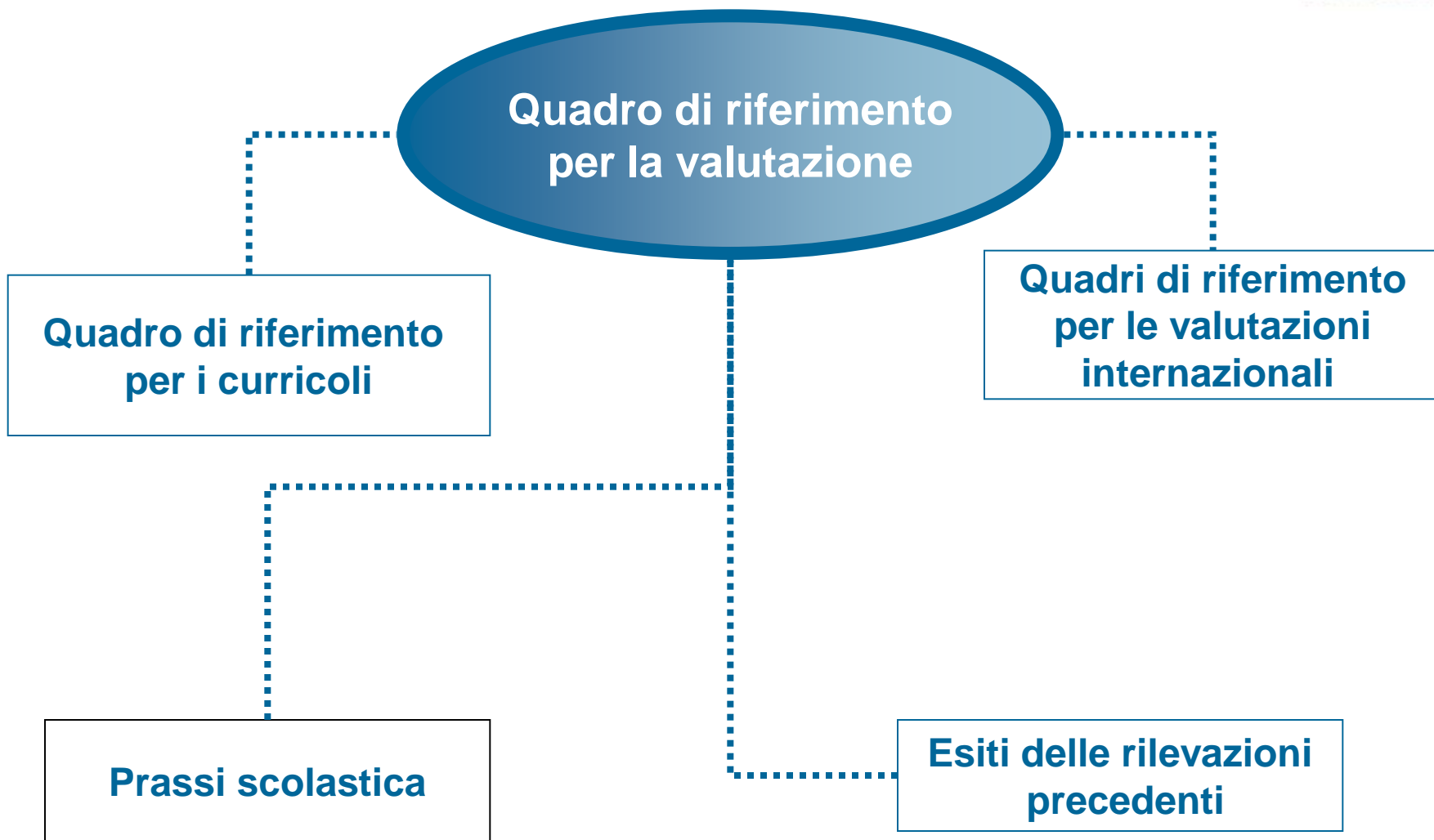
“come viene valutata”

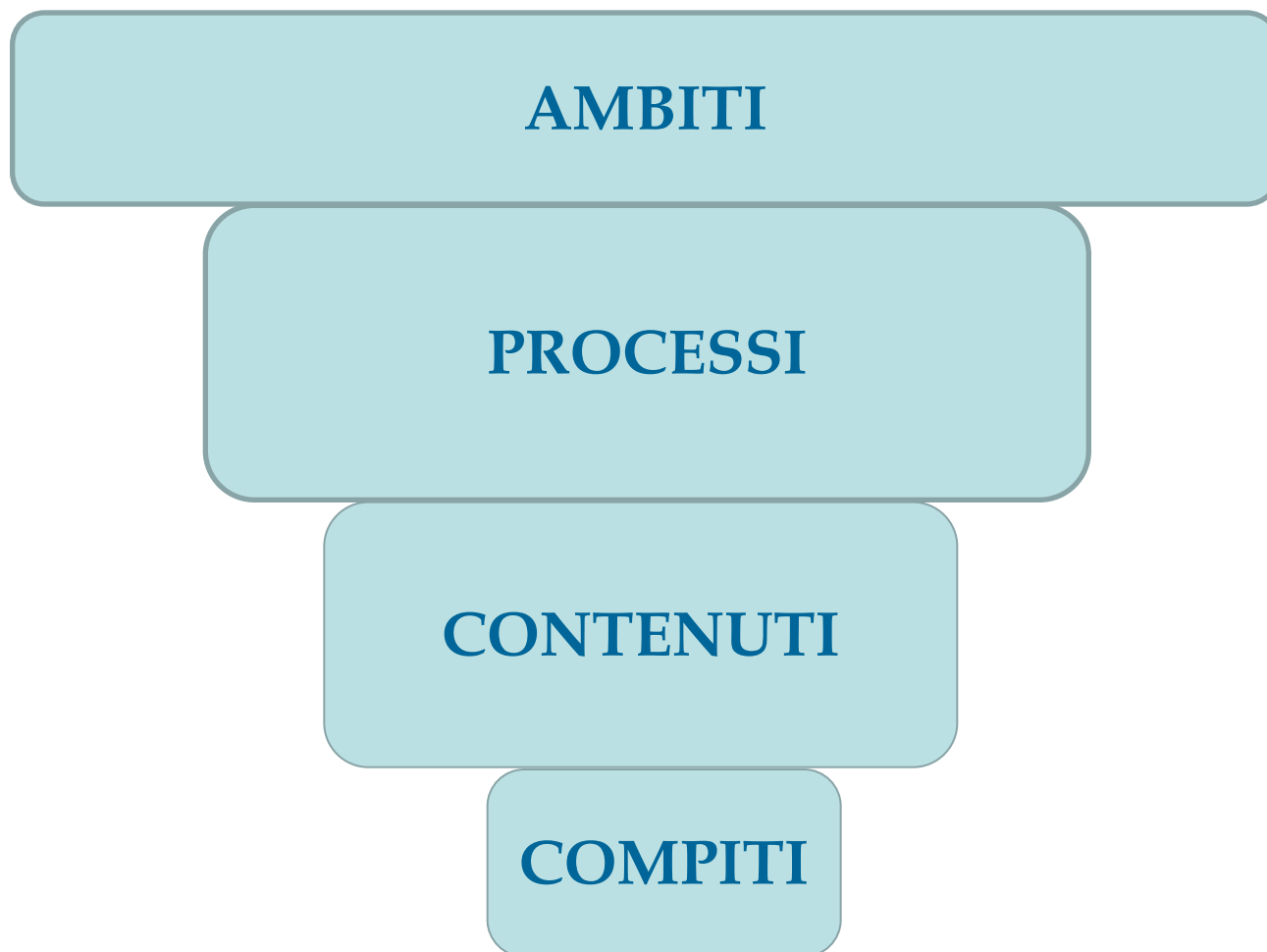
I quesiti devono quindi fare riferimento alla **matematica come strumento di pensiero** e alla **matematica come disciplina con un proprio specifico statuto epistemologico**.



- non devono valutare gli **obiettivi minimi**;
- non devono limitarsi a valutare l'apprendimento della **matematica utile**;
- non si propongono di valorizzare **l'addestramento "meccanico"** o **l'apprendimento mnemonico**;
- Devono consentire di "sgranare" gli studenti su un'ampia scala individuando sia le carenze sia le **eccellenze**

La struttura del Quadro di Riferimento





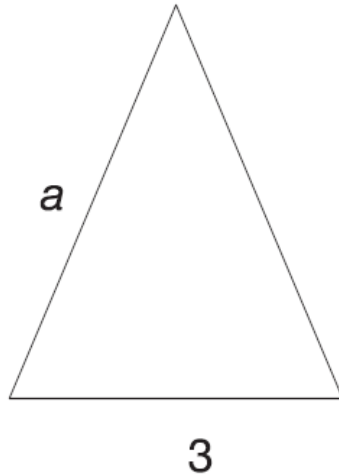
QdR INVALSI	Indicazioni per il curriculum	OCSE-PISA (idee chiave)	TIMSS (domini di contenuto)
<i>Numeri</i>	<i>Numeri - Aritmetica e algebra</i>	<i>Quantità</i>	<i>Numero</i>
<i>Spazio e figure</i>	<i>Spazio e figure - Geometria</i>	<i>Spazio e forma</i>	<i>Geometria</i>
<i>Relazioni e funzioni</i>	<i>Relazioni e funzioni</i>	<i>Cambiamenti e relazioni</i>	<i>Algebra</i>
<i>Dati e previsioni</i>	<i>Misure, dati e previsioni</i>	<i>Incertezza</i>	<i>Dati e caso</i>

1. Conoscere e padroneggiare **contenuti specifici** della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture ...*)
2. Conoscere e padroneggiare **algoritmi e procedure** (*in ambito aritmetico, geometrico ...*)
3. Conoscere e utilizzare **diverse forme di rappresentazione** e saper passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, tabellare, ...*)
4. **Saper risolvere problemi** utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare informazioni utili, confrontare strategie di risoluzione, individuare schemi, esporre il procedimento risolutivo, ...*)
5. Riconoscere in contesto il **carattere misurabile** di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti (*stimare una misura, individuare l'unità di misura appropriata, ...*)

6. Acquisire progressivamente **forme tipiche del pensiero matematico** (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...*)
7. Utilizzare la matematica appresa per il **trattamento quantitativo dell'informazione** in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno con strumenti statistici o funzioni, costruire un modello ...*)
8. Saper riconoscere le **forme nello spazio** (*riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...*)

Un esempio di classificazione

D22. Scrivi la formula che esprime il perimetro p del triangolo isoscele in figura in funzione di a .



$p = \dots\dots\dots$

PN ESAME DI STATO 2010

Corretta 62,2
Errata 22,9
Mancata risposta 14,9

AMBITO: Relazioni e funzioni

PROCESSO COGNITIVO:

Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica,

OGGETTO DI VALUTAZIONE:

Rappresentazione di funzioni attraverso espressioni algebriche

COMPITO: Scrivere una formula che esprime la relazione fra lato e perimetro di un triangolo isoscele

Analizzando i contenuti matematici oggetto della valutazione si possono:

- ▶ avere suggerimenti per la costruzione di un curriculum verticale
- ▶ fare riflessioni su alcuni aspetti cruciali dell'insegnamento-apprendimento della matematica

- ▶ Due tipi di quesiti:
 - risposta chiusa (scelta multipla o complessa)
 - domanda aperta a risposta univoca

- ▶ In alcuni casi è possibile richiedere:
 - il procedimento e/o i calcoli
 - la giustificazione o una breve argomentazione

Dalla proposta al quesito "finale"

Quesito originale proposto dagli autori

PAUSA CAFFÈ

Lo scontrino riporta il prezzo che ho pagato per due caffè al bar.



Nel prezzo di 1,70 € è compreso il costo base dei due caffè più l'IVA del 10%: come posso fare per sapere quanto ho pagato di IVA?

A) $IVA = \frac{1,70 \cdot 100}{110}$

B) $IVA = \frac{1,70 \cdot 10}{110}$

C) Non posso sapere quanto ho pagato di IVA se non è scritto sullo scontrino

D) Devo risolvere l'equazione $1,70 - 10x = x$

E) $IVA = \frac{1,70 \cdot 100}{90}$

Non è specificato
cosa rappresenta la
x

Proposto per la
II superiore

Quesito proposto nel Field- Trial

- Per l'acquisto di un computer sono stati spesi 420 €. Il prezzo è composto dal costo base più l'IVA, pari al 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA?
- Risposta: euro

Risposte corrette
6,7%

Quesito nel fascicolo

D25. Per l'acquisto di un computer sono stati spesi 300 euro. Il prezzo è composto dal costo base più l'IVA, pari al 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA?

Risposta: euro

Quali strumenti?

nel complesso della prova:
**il quadro di riferimento
di matematica**

per i singoli quesiti :
**Griglie di correzione
Guida alla lettura della prova
Approfondimenti**

<http://www.invalsi.it>

Matematica: *il punto di vista dei docenti sui risultati*

- ▶ individuare gli ambito tematici (nuclei) in cui gli studenti hanno conseguito i risultati migliori/ peggiori.
- ▶ individuare i processi maggiormente “critici”
- ▶ leggere quesiti e risultati di uno stesso ambito in verticale (II e V primaria, I e III secondaria di primo grado, II secondaria di secondo grado)

POI

Ci sono differenze rilevanti rispetto alle altre classi della mia scuola? E con le medie regionali e nazionali?

Quali possono essere le cause delle differenze? (**Differenze nel livello di abilità degli alunni delle varie classi, differenze nelle condizioni socio-economico-culturale degli alunni, differenze nel curriculum “insegnato”, differenze tra gli insegnanti...**).

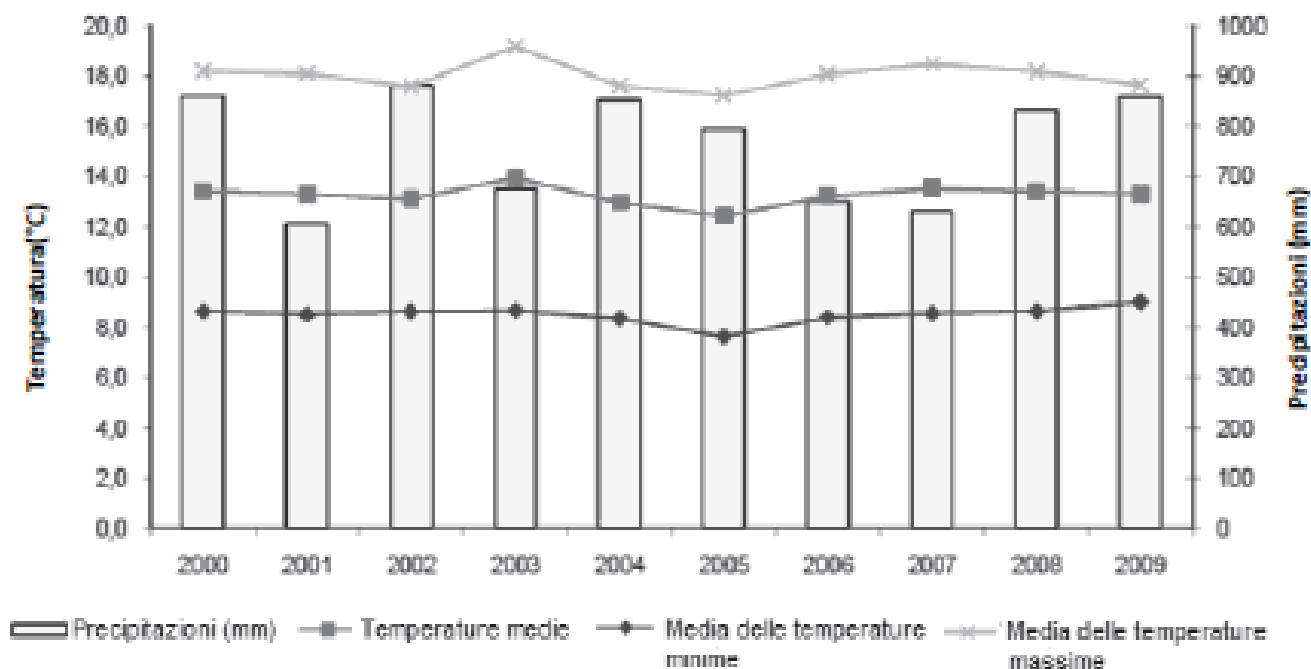
- E' importante valutare le risposte degli studenti (**quali domande sono state più facili o più difficili, come hanno affrontato i distrattori**) in modo contestuale, sia alla luce della programmazione svolta in classe, sia sulla base delle proprie valutazioni in itinere.

- Alla base di una bassa % di risposte corrette della classe/scuola, vi possono essere diverse motivazioni.
 - ❖ L'argomento in questione non è stato capito?
 - ❖ Non è stato trattato in classe?
 - ❖ I quesiti avevano un livello di difficoltà molto alto?
 - ❖ Il testo della domanda era di difficile comprensione?
 - ❖ Quale nodo concettuale affronta il quesito?

- Buone le competenze di lettura e interpretazione di un grafico o di una tabella e le capacità che gli studenti mostrano nel collegare le due forme di rappresentazione.

D12. Osserva il seguente grafico che rappresenta l'andamento delle temperature (scala a sinistra) e delle precipitazioni piovose (scala a destra) in Italia negli ultimi anni.

Figura 1. Media annua della temperatura media, massima e minima giornaliera e precipitazioni totali annue in Italia. Anni 2000-2009 (temperatura in gradi Celsius e precipitazioni in millimetri)



Matematica: la prova di II superiore 2011

Indica per ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa o se non si può ricavare dal grafico (metti una crocetta per ciascuna riga).

		Vero	Falso	Non si può ricavare
a.	Nel decennio 2000-2009 la temperatura media annua è risultata più alta di 0,8 gradi rispetto al periodo 1971-2000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	L'anno 2003 è quello in cui si è registrato il più alto valore per la media delle temperature massime	<input type="checkbox"/>		
c.	L'anno 2005 è quello in cui si è registrato il più alto valore per la media delle temperature minime	<input type="checkbox"/>		
d.	L'anno in cui la media delle temperature massime è stata più alta è anche quello in cui le precipitazioni sono state minori	<input type="checkbox"/>		
e.	L'anno 2005 è quello in cui c'è stato il giorno più freddo	<input type="checkbox"/>		
f.	Il 2004 è stato l'anno più piovoso	<input type="checkbox"/>		

Ambito: Dati e previsioni
Processo: Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...).

Item	Mancata risposta	OPZIONI		
		Vero	Falso	Non si può ricavare
D12_a	2,6	7,5		
D12_b	1,8	81,5		
D12_c	2,1	36,6		
D12_d	3,1	12,2	76,1	8,6
D12_e	2,7	39,8	13,7	43,9
D12_f	2,4	7,7	82,4	7,5

Matematica: la prova di II superiore 2011

- Deludenti i risultati relativi a quesiti su competenze di calcolo

D10. Qual è la metà del numero $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$?

- A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{50}$
- B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{25}$
- C. $\left(\frac{1}{2}\right)^{51}$
- D. $\left(\frac{1}{2}\right)^{49}$

Ambito: Numeri

Processo : Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D10	1,0	19,8	59,2	12,1	8,0

Matematica: la prova di II superiore 2011

➤ Deludenti i risultati relativi a quesiti su competenze di calcolo

D21. Quale fra le seguenti uguaglianze è corretta, qualunque sia il numero reale che sostituisce la x ?

- A. $\sqrt{x^2} = x$
- B. $\sqrt{x^2} = \pm x$
- C. $\sqrt{x^2} = |x|$
- D. $\sqrt{x^2} = \pm|x|$

Ambito: Relazioni e funzioni
Processo: Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D21	3,9	49,2	25,4	16,8	4,7

Le opzioni A, B e D costituiscono dei distrattori (forti soprattutto per A e per B).

L'opzione A non può però essere corretta, perché se $\sqrt{x^2} = x$ si dovrebbe necessariamente avere

$$\sqrt{(-2)^2} = -2 \qquad \sqrt{(2)^2} = 2$$

in contraddizione con il fatto che

$$\sqrt{(-2)^2} \qquad \text{e} \qquad \sqrt{(2)^2}$$

sono entrambe uguali a $\sqrt{4}$

Analogamente le opzioni B e D non possono essere accettate, perché l'operazione di estrazione di una radice quadrata, quando possibile, è univoca, ossia dà un solo risultato.

Matematica: la prova di II superiore 2011

D22. Il polinomio $x^4 - 16$ è divisibile per

- A. $x^2 - 8$
- B. $x - 4$
- C. $x + 2$
- D. $(x - 2)^2$

Ambito: Numeri
Processo: Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D22	3,1	42,3	19,7	21,1	13,8

.... Ancora un esempio

D13. L'insegnante di inglese dà ai suoi studenti un test formato da 25 domande e spiega che il punteggio totale p è calcolato assegnando 4 punti per ogni risposta esatta e togliendo 2 punti per ogni risposta sbagliata o mancante.

a. Il punteggio massimo possibile è10

b. Scrivi la formula che fornisce il punteggio p numero di risposte esatte.

$p = \dots\dots\dots$ **$p = 4x - 2(25 - x)$**

c. Se la sufficienza si ottiene con più di 60 pu domande al quale occorre rispondere correttamente

Risposta: 19

Ambito: Relazioni e funzioni
Processo: DOMANDA a e c: risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...*)
DOMANDA b: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*)

Item	Mancata risposta	OPZ	
		Errat	
D13_a	5,0	6,0	
D13_b	19,3	72,7	8,0
D13_c	10,2	78,5	11,3

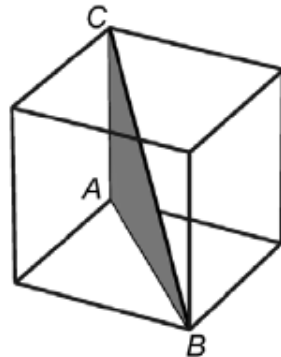
SPAZIO E FIGURE

In generale le domande che mettono gli allievi in difficoltà sono quelle che riguardano l'ambito **SPAZIO E FIGURE** e, subito dopo, quelle di **RELAZIONI E FUNZIONI** .

E' una tendenza generale che trova riscontro anche nelle ricerche internazionali e in molti paesi dell'area OCSE. (dal rapporto nazionale A.S. 2010-2011 www.invalsi.it)

SNV 2011 Liv. 10

09. Nella figura è rappresentato un cubo.



Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Vero	Falso
D9_a1	1,3	45,4	53,3
D9_a2	1,8	71,7	26,5
D9_a3	1,3	86,9	11,8
D9_a4	4,0	44,6	51,4

Il triangolo ABC ha come lati uno spigolo del cubo, la diagonale di una sua faccia e una diagonale del cubo.

a. Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		Vera	Falsa
a1.	Il lato AB è uguale al lato AC	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a2.	Il triangolo ABC è rettangolo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a3.	Il lato BC è il più lungo dei tre	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a4.	L'angolo ABC è di 45°	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Lo studente deve applicare il teorema di Pitagora al triangolo ABC

b. Se lo spigolo del cubo misura 1 m, quanto misurano i lati del triangolo ABC?

AC = m

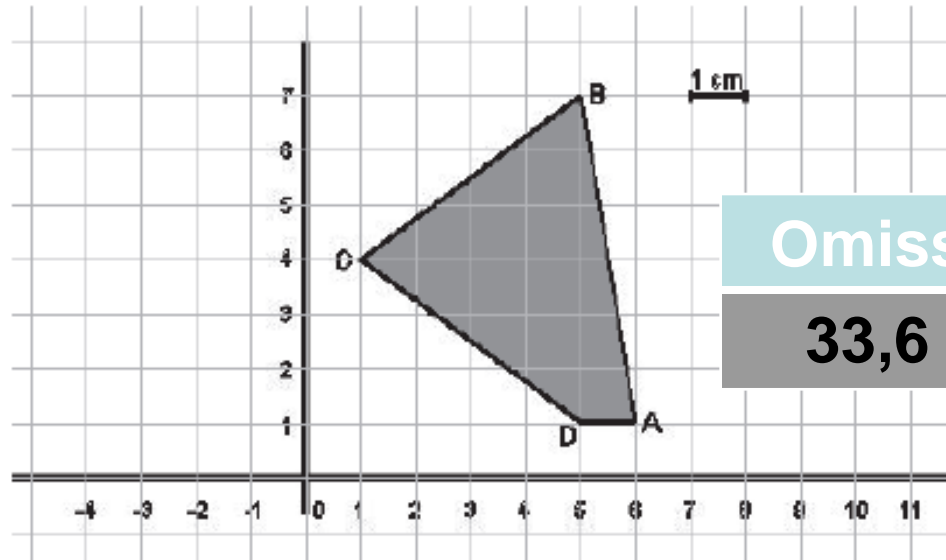
AB = m

BC = m

Omiss	corr	err
31,1	21,9	47

SNV 2011 Liv. 10

D18. L'unità di misura riportata sugli assi cartesiani rappresenta 1 cm.



Omiss	corr	err
33,6	28,7	37,7

Calcola l'area del quadrilatero ABCD.

Risposta: cm²

Per rispondere lo studente deve saper trovare l'area di un poligono utilizzando l'equiscomponibilità

- difficoltà con gli **strumenti della geometria**. Compasso, righello, squadra, goniometro sono oggetti “strani”, poco praticati dagli studenti. Le costruzioni geometriche sono scomparse come le squadre e i compassi da lavagna. Forse nemmeno l'uso di software per la geometria è così diffuso!





Il laboratorio di Matematica (Indicazioni per il Curricolo, 2007)

Tutte le discipline dell'area hanno come elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico, sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere i dati e a confrontarli con le ipotesi formulate, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive.

In tutte le discipline, **inclusa la matematica**, si avrà cura di ricorrere ad attività pratiche e sperimentali (...) con un carattere non episodico e inserendole in percorsi di conoscenza.

(UMI-CIIM 2003)

*L'ambiente del laboratorio di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti **imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti.** La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata, da una parte, **all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività***

➤ difficoltà con le conoscenze **di NATURA GEOMETRICA**.
Sembra che la Geometria sia quasi esclusivamente calcolo di aree, perimetri e volumi. Gli aspetti “teorici” della geometria sono quasi assenti. Quindi gli studenti non hanno chiaro cosa fare quando si chiede di usare una conoscenza geometrica o di giustificare una risposta.

➤ difficoltà nella **VISUALIZZAZIONE SPAZIALE**. Passare da una rappresentazione bidimensionale ad una tridimensionale è spesso uno scoglio durissimo.

Già dal 1979 con i programmi della scuola media si parlava di “*La geometria prima rappresentazione del mondo fisico*”. Le prove INVALSI mettono in luce che questo aspetto della geometria deve essere curato fin dai primi anni di scuola. Il “**saper vedere**” in geometria non è una dote “innata” va coltivata nel tempo.

Un discorso a parte per la scuola secondaria di II grado

I contenuti della prova INVALSI NON erano specifici del biennio delle superiori, ma tutti inerenti a contenuti specifici del primo ciclo:

- D3 Disuguaglianza triangolare
- D8 Teorema di Pitagora
- D9 caratteristiche e misure dei lati di un triangolo interno a un cubo
- D17 Asse di simmetria di un parallelogramma
- D18 Calcolo dell'area di un poligono tramite equiscomponibilità
- D30 Isometrie sul piano cartesiano

Un discorso a parte per la scuola secondaria di II grado

I contenuti della prova INVALSI NON erano specifici del biennio delle superiori, ma tutti indirizzati a contenuti specifici del primo ciclo:

- D3 Disuguaglianze
- D8 Teoremi di Euclide
- D9 caratterizzazione di un cubo
- D17 Assi di simmetria di un parallelogramma
- D18 Calcolo dell'area di un poligono tramite equiscomponibilità
- D30 Isometrie sul piano cartesiano

Scelta dovuta al fatto che la prova era la stessa per tutti gli indirizzi e che le Indicazioni non erano ancora "operanti"

Un discorso a parte per la scuola secondaria di II grado

Da quest'anno si prevede di individuare:

- contenuti specifici per la geometria del biennio**
- introdurre gradatamente semplici argomentazioni e dimostrazioni**

I quesiti a risposta aperta: due tipologie

- ❖ **A risposta aperta univoca:** quando la risposta corretta è una sola (ad es. il risultato di una serie di calcoli).
- ❖ **A risposta aperta articolata:** quando la risposta corretta richiede un minimo di spiegazione (ad esempio spiegare o giustificare un procedimento).

Domande a risposta aperta univoca

- D7. Il Signor Carlo scende dal tram all'incrocio di via *Pietro Micca* con via *20 Settembre* (nella mappa che vedi qui sotto il punto è contrassegnato da un asterisco).



SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)

- a. Il Signor Carlo percorre 150 metri di via *20 Settembre* e, all'incrocio con via *A.G.I. Bertola*, svolta a destra risalendo fino all'incrocio con via *G. Botero*. Quanti metri all'incirca ha percorso in tutto?

Risposta:**600**.m.....

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D7_a	11,9	57,6	30,5

Domande a risposta aperta articolata

D25. Roberto pensa a un numero intero e lo triplica.

a. Quale di questi numeri **NON** può essere certamente il risultato dell'operazione?

A. 150

B. 126

C. 75

D. 55

b. Giustifica la tua risposta.

.....

.....

SNV 2011 Liv. 6
(I sec. di I grado)

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D25b	25,1	39,7	35,2

Il “peso” delle domande aperte nelle rilevazioni INVALSI

Prospetto riassuntivo delle caratteristiche della prove di Matematica SNV-Prova nazionale

Classe e durata	Ambiti	N. domande per ambito	N. item per ambito	N. item per tipologia
II Primaria: 45 minuti	- Numeri	11	18	- Scelta multipla: 13
	- Spazio e figure	6	8	- Aperta a risposta univoca: 14
	- Dati e previsioni	1	2	- Aperta a risposta articolata: 1
	Totale	18	28	
V Primaria: 75 minuti	- Numeri	11	14	- Scelta multipla: 24
	- Spazio e figure	9	11	- Scelta multipla complessa: 8
	- Relazioni e funzioni	6	11	- Aperta a risposta univoca: 13
	- Dati e previsioni	4	11	- Aperta a risposta articolata: 2
	Totale	30	47	
I Sec. I gr.: 75 minuti	- Numeri	10	20	- Scelta multipla: 18
	- Spazio e figure	6	10	- Scelta multipla complessa: 3
	- Relazioni e funzioni	10	4	- Aperta a risposta univoca: 16
	- Dati e previsioni	5	8	- Aperta a risposta articolata: 5
	Totale	31	42	
II Sec. II gr.: 90 minuti	- Numeri	10	14	- Scelta multipla: 23
	- Spazio e figure	6	11	- Scelta multipla complessa: 16
	- Relazioni e funzioni	9	14	- Aperta a risposta univoca: 11
	- Dati e previsioni	5	14	- Aperta a risposta articolata: 3
	Totale	30	53	
Prova Nazionale III Sec. I gr. 75 minuti	- Numeri	8	12	- Scelta multipla: 15
	- Spazio e figure	7	11	- Scelta multipla complessa: 8
	- Relazioni e funzioni	6	9	- Aperta a risposta univoca: 12
	- Dati e previsioni	5	8	- Aperta a risposta articolata: 5
	Totale	26	40	



Domande a risposta aperta univoca

- ❖ In genere si preparano quando risulta difficile trovare distrattori credibili o significativi di errori tipici.
- ❖ In alcuni casi va al pre-test sia la versione a scelta multipla sia quella a risposta aperta per analizzare i comportamenti degli studenti e quindi decidere quale sia la versione più adatta alla luce dei risultati.

Esempi dell'evoluzione di un quesito al pre-test

SNV 2011 Liv. 6

A7. Se al numero 4,3699 si aggiunge 1 millesimo si ottiene

A 4,3700

B 4,3709

C 4,3799

D 4,3609

RISPOSTE CORRETTE: 29%

B6. Aggiungendo 1 millesimo a 4,3699, quale numero si ottiene?

Risposta:

.....

RISPOSTE CORRETTE: 27%

Si è scelto la versione B perché nella versione a scelta multipla i distrattori C e D non hanno funzionato e il distrattore A era troppo forte.

Risposte corrette nel main study: 28%

Domande a risposta aperta articolata

Tre modalità:

- ❖ *Scrivi i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta*
- ❖ *Scrivi come hai fatto per trovare la risposta*
- ❖ *Giustifica la tua risposta*

Scrivi i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta

SNV 2011 Liv. 10

D23. Le dimensioni di una piazza rettangolare di una grande città sono circa $620 \text{ m} \times 120 \text{ m}$. Le stime comparse sui giornali sul numero di partecipanti a una manifestazione che ha riempito la piazza variano da 100 000 a oltre 1 000 000.

a. Sapendo che diverse fotografie scattate durante la manifestazione evidenziano una densità di circa 4 persone al metro quadro, che cosa si può concludere circa l'effettivo numero dei partecipanti?

- A. Le stime dei giornali sono tutte errate perché dalle informazioni disponibili i partecipanti non potevano essere più di 20 000.
- B. Una stima ragionevole è di circa 300 000 partecipanti.
- C. Ha ragione chi ha parlato di più di un milione di partecipanti.
- D. La piazza non può contenere molte persone più di uno stadio, quindi c'erano meno di 150 000 partecipanti.

b. Mostra i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

	A	B	C	D
D23a	18,9	46,3	7,1	10
	Omissioni		Errata	Corretta
D23b	43,6		72,5	12,2

Scrivi come hai fatto per trovare la risposta

PN 2011 Liv. 8

D8. Giulio sa che nel negozio A e nel negozio B le bottiglie di olio della marca che preferisce hanno lo stesso prezzo. Sua moglie gli dice che oggi, su quell'olio, nel negozio A fanno l'offerta "compri 3 e paghi 2" e nel negozio B fanno lo sconto del 40%. Giulio deve comprare 3 bottiglie d'olio.

a. In quale negozio gli conviene comprarle?

Risposta:

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

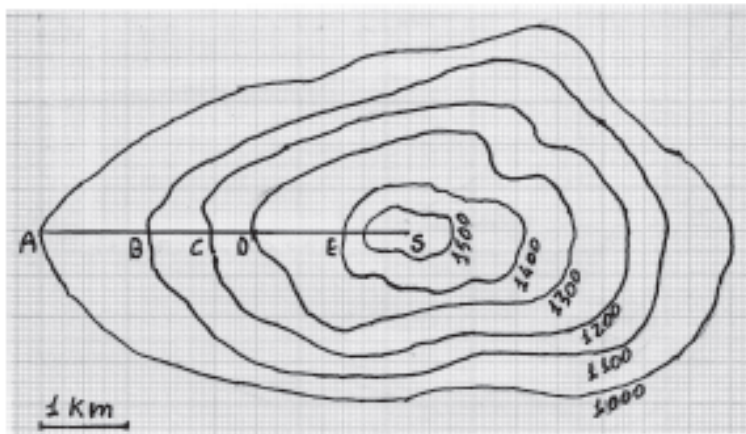
.....

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D8a	10,1	23,4	66,5
D8b	24,9	42,5	32,6

Giustifica la tua risposta

PN 2011 Liv. 8

- D10. La figura che vedi riporta una rappresentazione semplificata delle linee di livello di una montagna. Le linee di livello uniscono tutti i punti che si trovano alla stessa altitudine. Nella figura il punto A è a 1 000 metri di altitudine e la vetta S della montagna è a 1 600 metri. Un escursionista va dal punto A al punto S seguendo il percorso indicato nel disegno dal segmento AS.



- a. Tra i tratti AB, BC, CD, DE, qual è il più ripido?

- A. AB
 B. BC
 C. CD
 D. DE

- b. Giustifica la tua risposta.

	A	B	C	D
D10a	12,5	2,7	59,4	22,4
	Omissioni		Errata	Corretta
D10b	11,8		71,6	16,6

Le omissioni: *un confronto*

Liv.	risposta multipla		risposta aperta	
	2010 Media	2011 Media	2010 Media	2011 Media
Liv. 2	4,5%	1,92%	10,05%	6,46%
Liv. 5	2%	0,87%	6,78%	4,21%
Liv. 6	3,05%	1,72%	11,94%	7,41%
Liv. 8	1,95%	1,99%	18,85%	8,78%
Liv. 10	/	4,95%	/	21,37%

Osservazioni

- ❖ In generale nei quesiti a risposta aperta la percentuale di mancata risposta è più alta rispetto alle domande a scelta multipla.
- ❖ Per il primo ciclo la percentuale rimane dentro un limite fisiologico (ampiamente sotto il 10%) e in diminuzione rispetto al 2010, mentre è piuttosto alta la percentuale di omissioni della secondaria di II grado (~ 20% con 7 quesiti su 17 con oltre il 25% di risposte omesse).
- ❖ Un dato positivo è rappresentato dalla diminuzione, rispetto allo scorso anno, della percentuale di omissioni nelle domande a risposta aperta articolata. Nel 2010, 4 quesiti su 6 registravano una percentuale di omissioni superiore al 20%. Nel 2011 solo 2 quesiti su 8 hanno una percentuale intorno al 20% di omissioni.

Domande con scelta di motivazione

- ❖ E' una tipologia di quesiti a risposta multipla di non facile costruzione perché è necessario trovare motivazioni o affermazioni plausibili.
- ❖ Sono quesiti caratteristici delle prove (SNV e PN), nel senso che è difficile trovarli nelle prove PISA o TIMSS.
- ❖ Possono essere molto interessanti da un punto di vista didattico e “propedeutici” ai quesiti aperti che richiedono una spiegazione o una giustificazione
- ❖ Per gli studenti non risultano particolarmente difficili, i risultati sono in genere nella media.

D2. L'insegnante chiede: "Che cosa succede se si addizionano tre numeri dispari consecutivi?". Quattro studenti rispondono nel modo che vedi in tabella.

Indica con una crocetta se le affermazioni fatte dagli studenti sono vere o false.

		Vero	Falso
a.	<u>Luisa</u> : si ottiene sempre un numero dispari	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	<u>Giovanni</u> : si ottiene sempre un multiplo di tre	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	<u>Andrea</u> : si ottiene a volte un numero pari a volte un numero dispari	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d.	<u>Paola</u> : si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Si chiede allo studente di valutare la validità di una affermazione sulle proprietà dei numeri naturali.

	Omiss	VERO	FALSO
D2a	1,2	80,2	18,6
D2b	1,7	62,1	36,2
D2c	1,8	20,1	78,1
D2d	2,6	55,1	42,3

D14. L'insegnante chiede: "Se n è un numero naturale qualsiasi, cosa si ottiene addizionando i tre numeri $2n+1$, $2n+3$ e $2n+5$?"

Mario afferma: "Si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri".

Luisa risponde: "Si ottiene sempre un numero dispari".

Giovanni dice: "Si ottiene sempre un multiplo di 3".

Chi ha ragione?

- A. Tutti e tre
- B. Solo Mario
- C. Solo Luisa
- D. Solo Giovanni

$$2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5 = 6n + 9 = 3(2n + 3).$$

Omissioni	A	B	C	D
2,1	14,6	8,4	68	6,9

Concludendo

La preparazione di quesiti a risposta aperta univoca articolata e di quesiti “argomentativi” rappresenta una sfida sia per il senso delle prove INVALSI sia come strumento per il miglioramento della didattica della matematica.

Finiamo così:

... e sul rischio “teaching to the test??”

Dal sito: <http://www.edscuola.eu/wordpress/?p=7992>

**“Caccia” all’Invalsi
di Stefano Stefanel**

Nella scuola italiana oggi non si sta andando verso il “Teaching to the test”, ma si rimane ancorati al “*Teaching to the ‘compito in classe’ or to the “interrogazione”* se vogliamo ridicolizzare la banalità del nostro modo di dare voti agli alunni.

.....

Ritengo invece sia giusto dire che ci sono molte scuole italiane in cui le Prove Invalsi sono considerate serie, attendibili, interessanti.